061988

5 9 5

ТУ-19-241-82

8

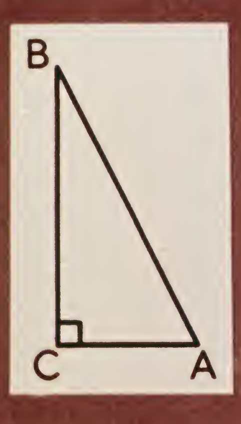
2


студия
ДИАФИЛЬМ

07—3—200

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Диафильм по математике
для VII класса



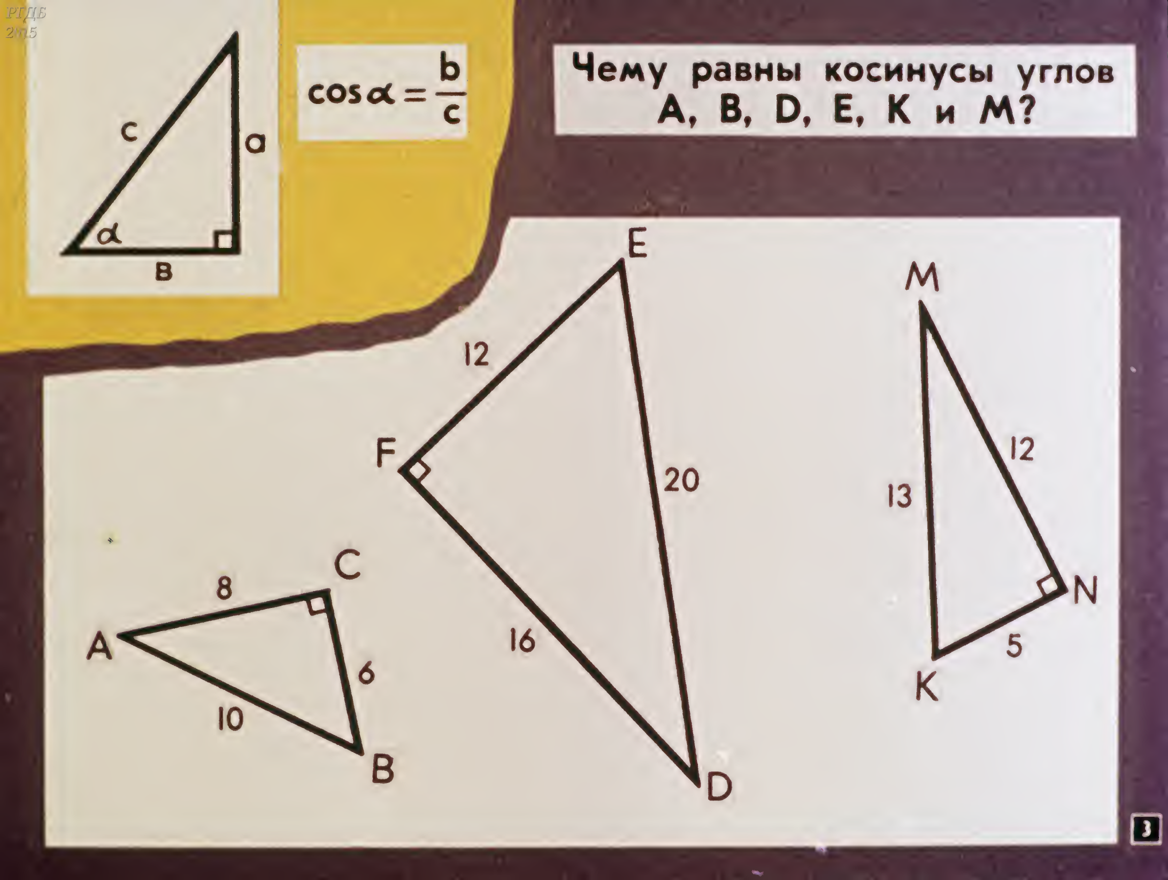
Косинус угла

$$(\text{В } \triangle ABC \ \angle C = 90^\circ) \Leftrightarrow \left(\cos \angle BAC = \frac{AC}{AB}\right)$$

Отношению каких сторон △ ABC равен cos ∠ B?

Отношениям каких отрезков равны cos β и cos γ ?



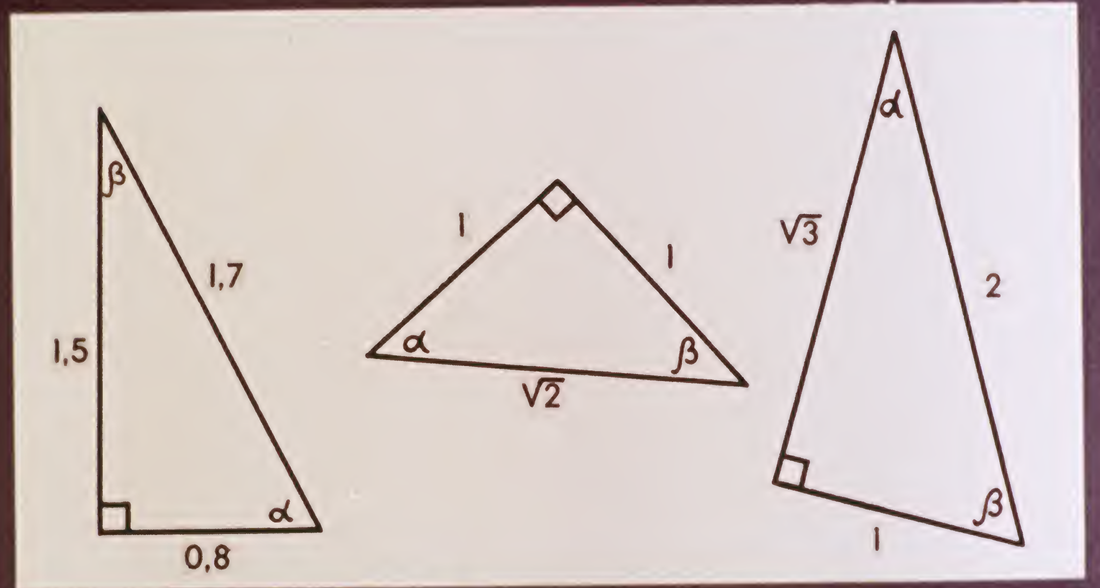


РГДБ
2015
c
a
α
в
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$
Чему равны косинусы углов
A, B, D, E, K и M?
E
12
F
20
16
D
M
12
13
N
5
K
C
8
A
6
10
B
3



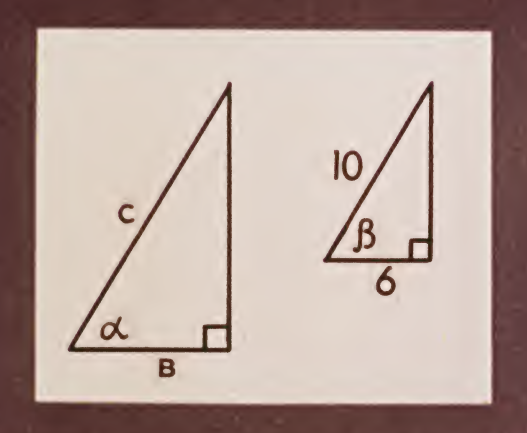
	$\cos \angle A$	$\cos \angle B$	AB	BC	AC
1	$\frac{3}{4}$			12	
2		$\frac{1}{2}$		12	
3	$\frac{5}{6}$		30		
4		$\frac{2}{5}$			10

Длины каких сторон $\triangle ABC$ можно найти по этим данным, если $\angle C = 90^\circ$? Найдите их.



В каждом из этих случаев найдите $\cos\alpha$, $2\cos\beta$, $\cos^2\alpha$, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta$.

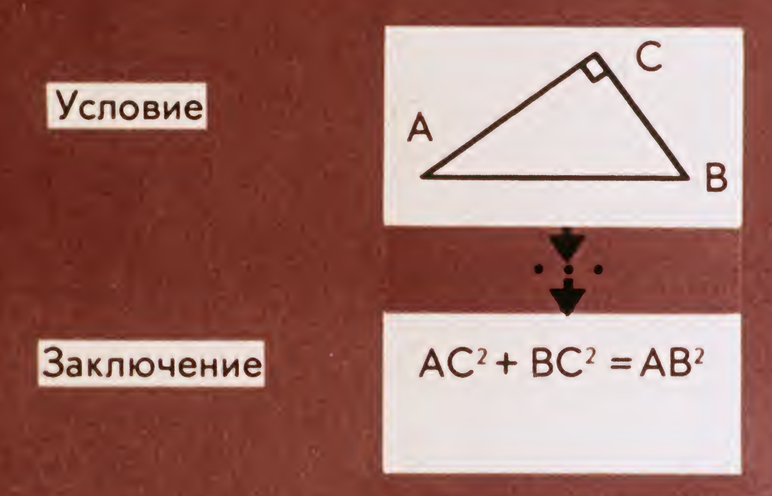
Теорема 7. 1. $(\alpha=\beta) \Rightarrow (\cos\alpha = \cos\beta)$



Используя теорему 7. 1, найдите отношение $\frac{b}{c}$, если углы α и β равны.

Теорема, обратная теореме 7. 1, верна для острых углов. Сформулируйте ее.

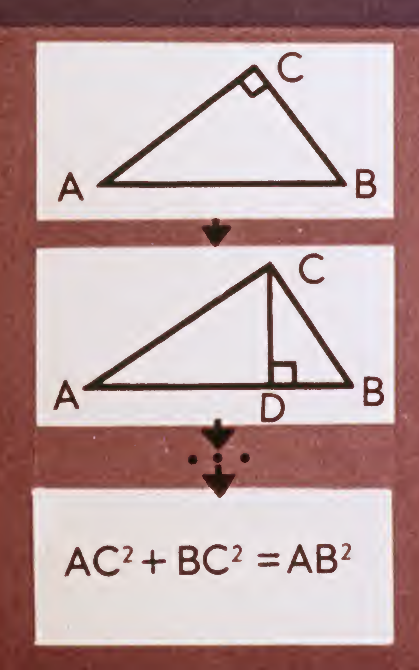
Теорема Пифагора (7. 2.)

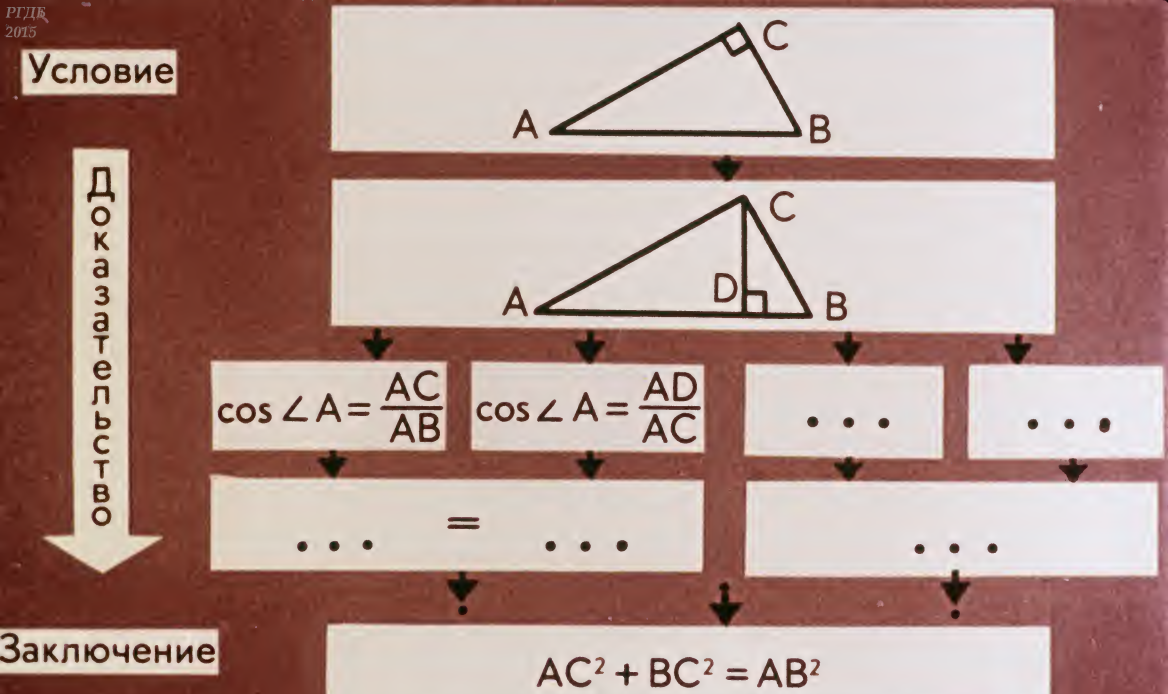


Сформулируйте теорему Пифагора.

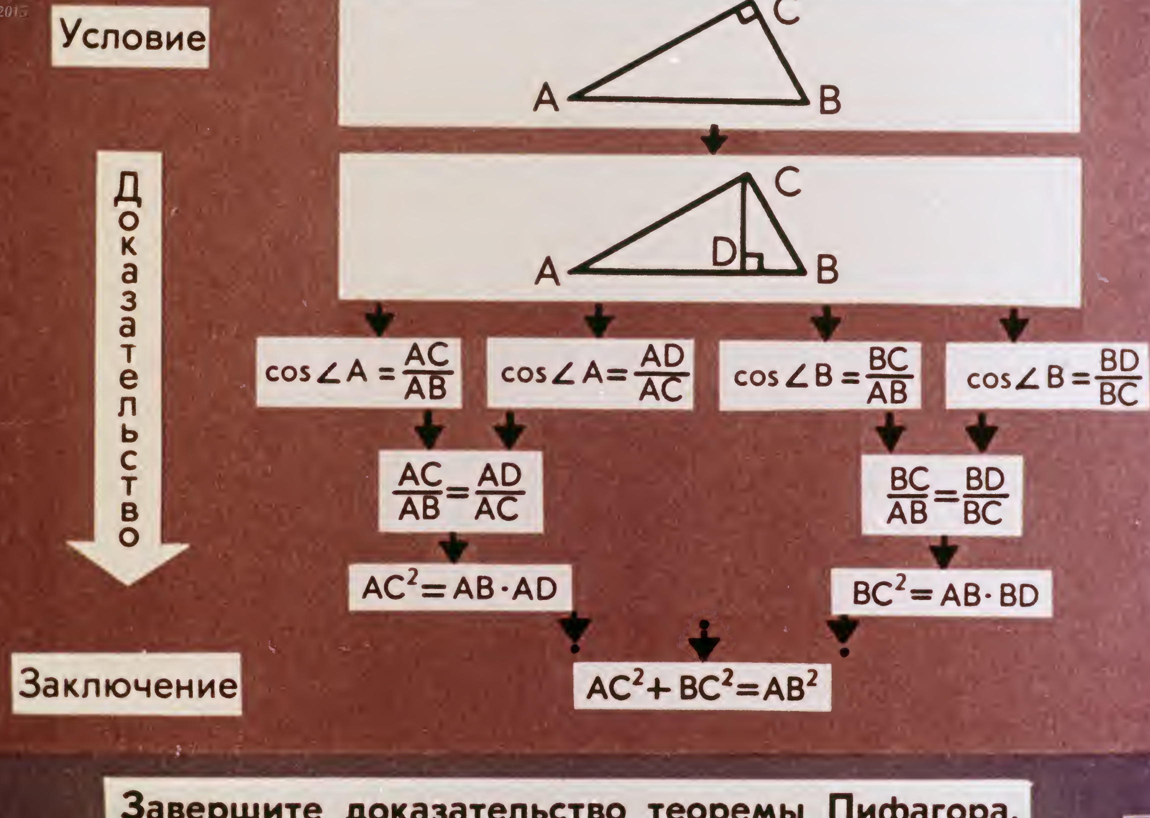
Доказательство теоремы Пифагора мы начнем с того, что выразим разными способами cos∠A и cos∠B. Как это можно сделать, проведя высоту CD в △ ABC?



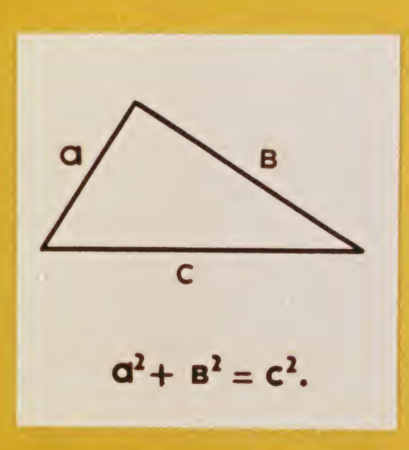




Продолжите доказательство теоремы Пифагора.



Завершите доказательство теоремы Пифагора.



Докажите:

1. Катет прямоугольного треугольника меньше его гипотенузы.

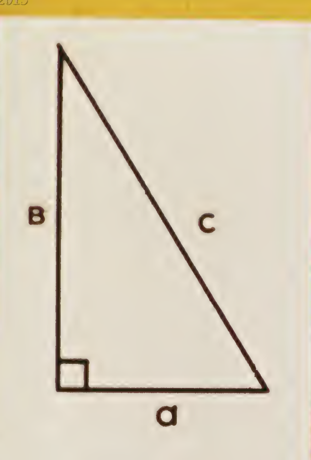
2. $\cos\alpha < 1$ для любого острого угла α.

Докажите:

1. Наклонная больше перпендикуляра.

2. У равных наклонных проекции равны.

3. Больше та наклонная, у которой больше проекция.



$c^2 = a^2 + в^2$

$a^2 = (c - в)(c + в)$

$в^2 = (c - a)(c + a)$

Стороны △ MNP (∠P = 90°)

	m	n	p
1	3	4	
2	5		13
3		15	17

Заполните таблицу,

пользуясь теоремой Пифагора.

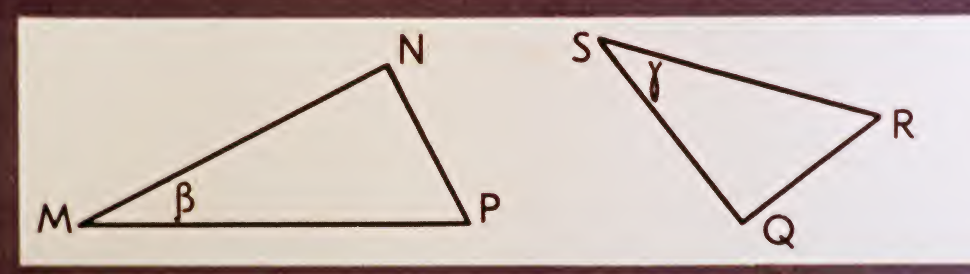


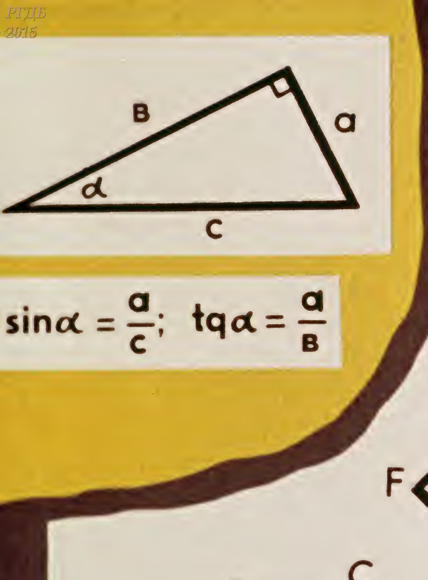
$$(\text{В } \triangle ABC \ \angle C = 90^\circ) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \sin \angle BAC = \dfrac{BC}{AB} \\ \text{tq } \angle BAC = \dfrac{BC}{AC} \end{pmatrix}$$

Любым ли положительным числом может быть синус? А тангенс?

Отношениям каких отрезков равны $\sin \angle B$; $\text{tq } \angle B$?

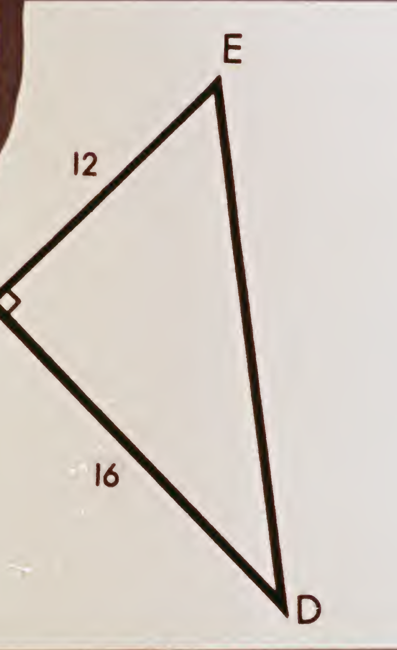
Выразите через длины сторон:
$\sin\beta$, $\text{tq}\beta$, $\sin\gamma$, $\text{tq}\gamma$.

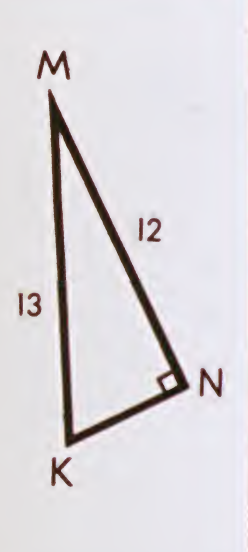




$\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $tg\alpha = \frac{a}{в}$

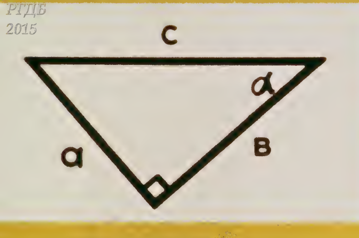
Чему равны синусы и тангенсы углов A, B, D, E, K и M?





C A B	$\sin \angle A$	$\operatorname{tg} \angle B$	AB	BC	AC
1	$\frac{3}{4}$			12	
2		$\frac{4}{3}$		12	
3	$\frac{4}{3}$		30		
4	$\frac{1}{2}$		30		
5		$\frac{1}{2}$			12

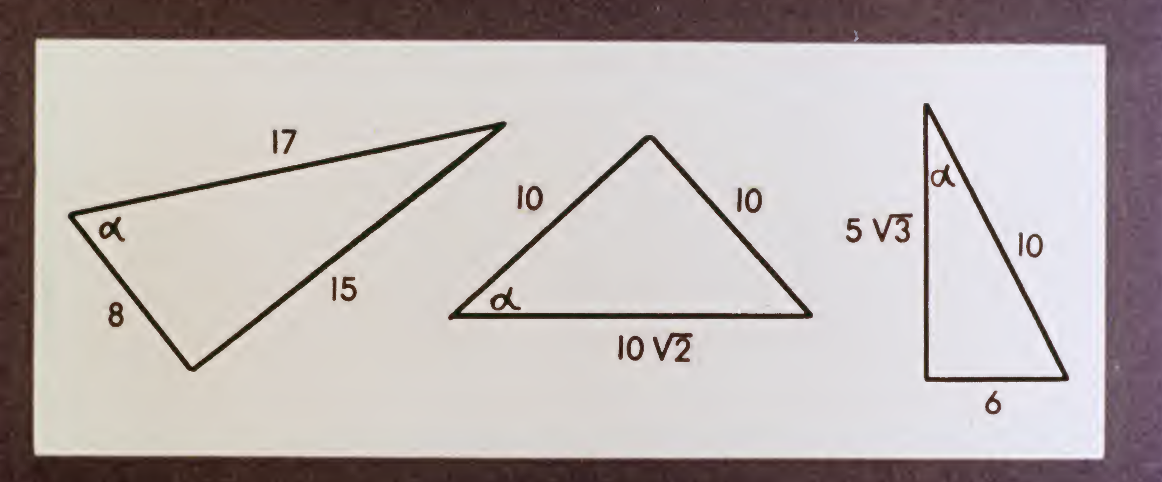
Длины каких сторон △ ABC можно найти по данным таблицы в одно действие? В какой строке таблицы содержится ошибка?



$\sin\alpha = \dfrac{a}{c}$

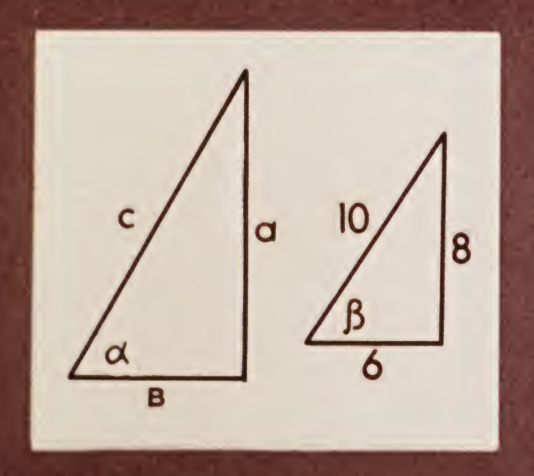
$\cos\alpha = \dfrac{в}{c}$

Чему равны $\sin\alpha$ и $\cos\beta$ в каждом из этих случаев?



В каждом треугольнике найдите $\sin^2\alpha$, $\cos^2\alpha$, $tg^2\alpha$, $1+tg^2\alpha$, $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$.

Теорема. $(\alpha=\beta) \Rightarrow (\sin\alpha=\sin\beta,\ \operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\beta)$



Используя эту теорему, найдите отношения $\frac{a}{b}$ и $\frac{a}{c}$, если $\alpha=\beta$.

Для острых углов верны и обратные теоремы. Сформулируйте их.

C, A, B, D	AB	BC	AC	CD	AD	BD	∠A	∠B
1	c						α	
2		a						β
3			в				α	
4				h				β

Составьте план заполнения каждой строки таблицы по приведенным данным, считая, что $\angle C = 90°$ и что CD—высота △ ABC, проведенная из вершины C.

СИНУСЫ

A	0′	6′	…	30′	36′	42′	…	60′		1′	2′	3′
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
58°	8480	8490	…	8526	8536	8545	…	8572	31°	2	3	5
59°	8572	8581	…	8616	8625	8634	…	0,8660	30°	1	3	4
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	60′	54′	…	30′	24′	18′	…	0′	A	1′	2′	3′

КОСИНУСЫ

Найдите синусы углов 58°, 58° 36′, 58° 34′.
Найдите косинусы углов 30°, 30° 30′, 30° 34′.

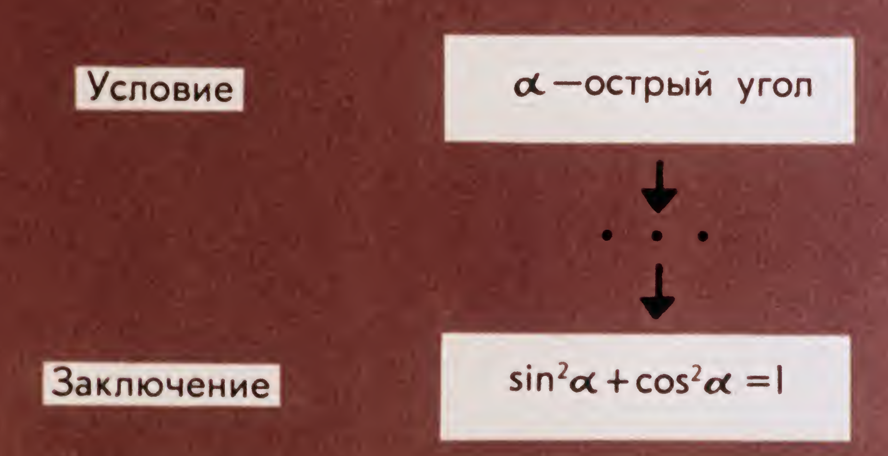
ТАНГЕНСЫ

A	0′	6′	…	36′	…	60′		1′	2′	3′
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
43°	9325	9358	…	9523	…	0,9657	…	6	11	17
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Найдите тангенсы углов 43°, 43°36′, 43°34′.

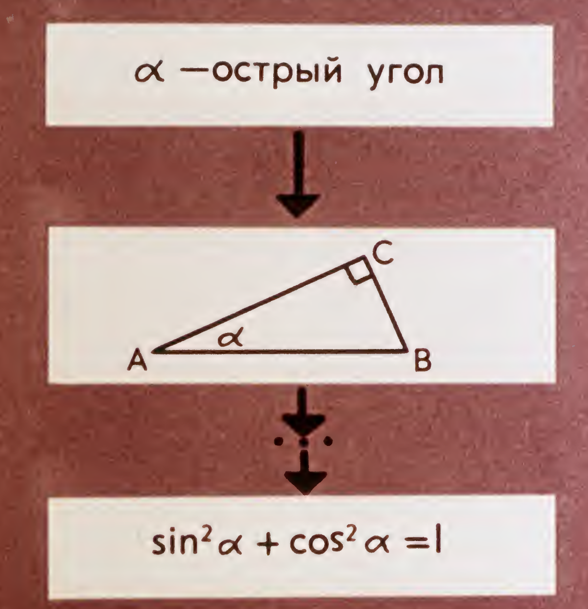


Основные тригонометрические тождества

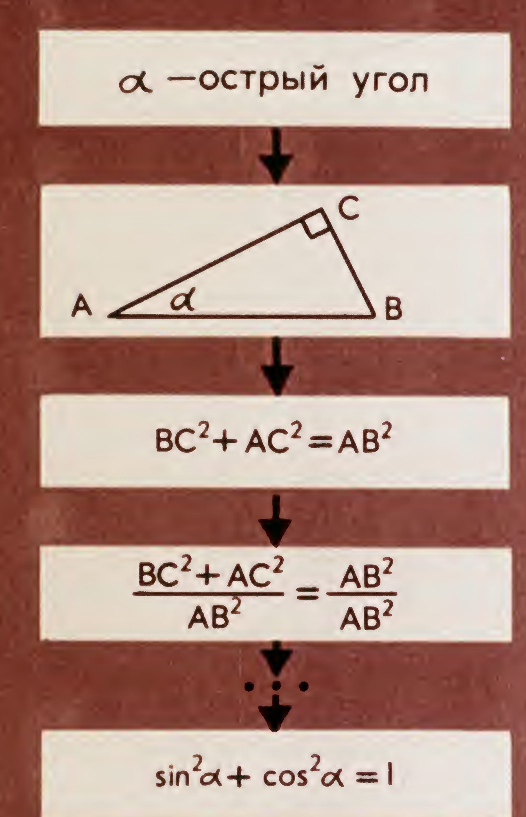


Сформулируйте эту теорему.





Объясните первый шаг доказательства.



Объясните каждый шаг доказательства. Закончите доказательство.

Условие

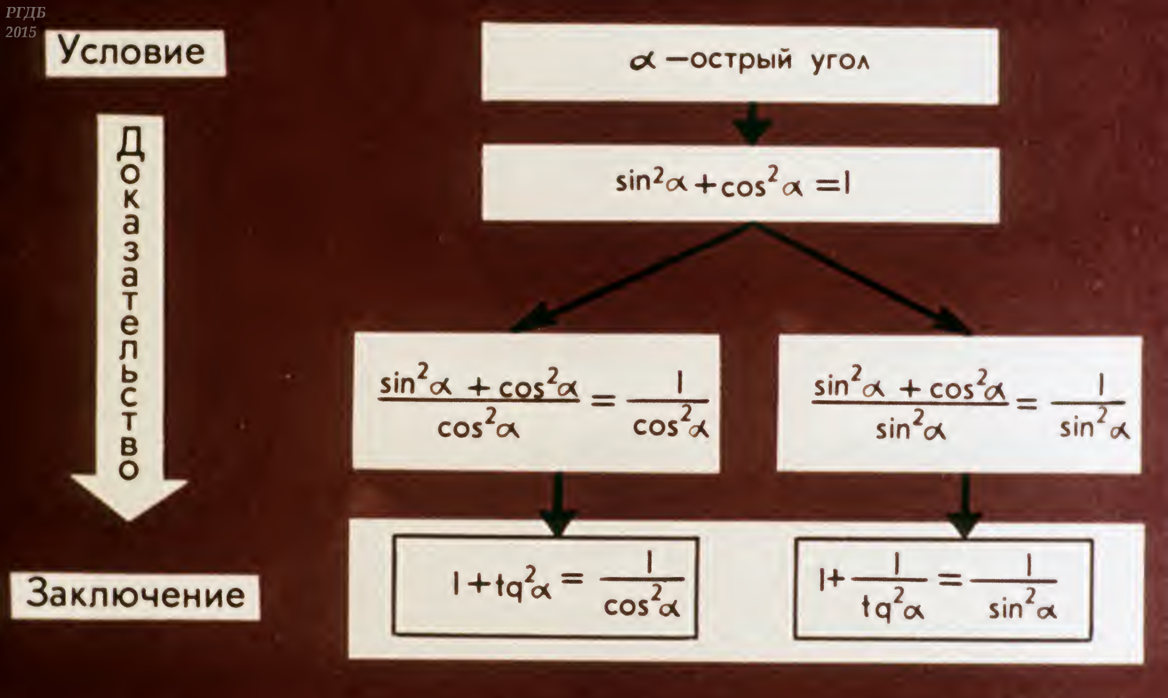
α — острый угол

Заключение

$$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1+\frac{1}{tg^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Сформулируйте эту теорему. Докажите ее, используя ранее доказанное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.



Проверьте ваше доказательство.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1 + \frac{1}{tg^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\,\alpha$
1	$\frac{1}{2}$		
2		$\frac{1}{2}$	
3			1

Заполните таблицу.



Теорема 7.3.

Условие

α — острый угол

↓

...

↓

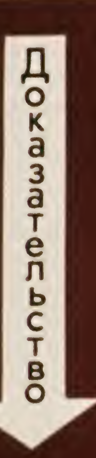
Заключение

$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$

$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$

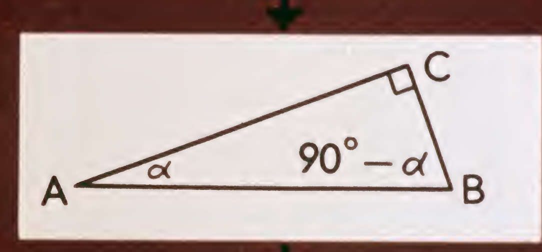
Сформулируйте теорему 7.3. Верно ли, что если α — острый угол, то существуют $\sin(90° - \alpha)$ и $\cos(90° - \alpha)$? Ответ обосновать.

Условие



Заключение

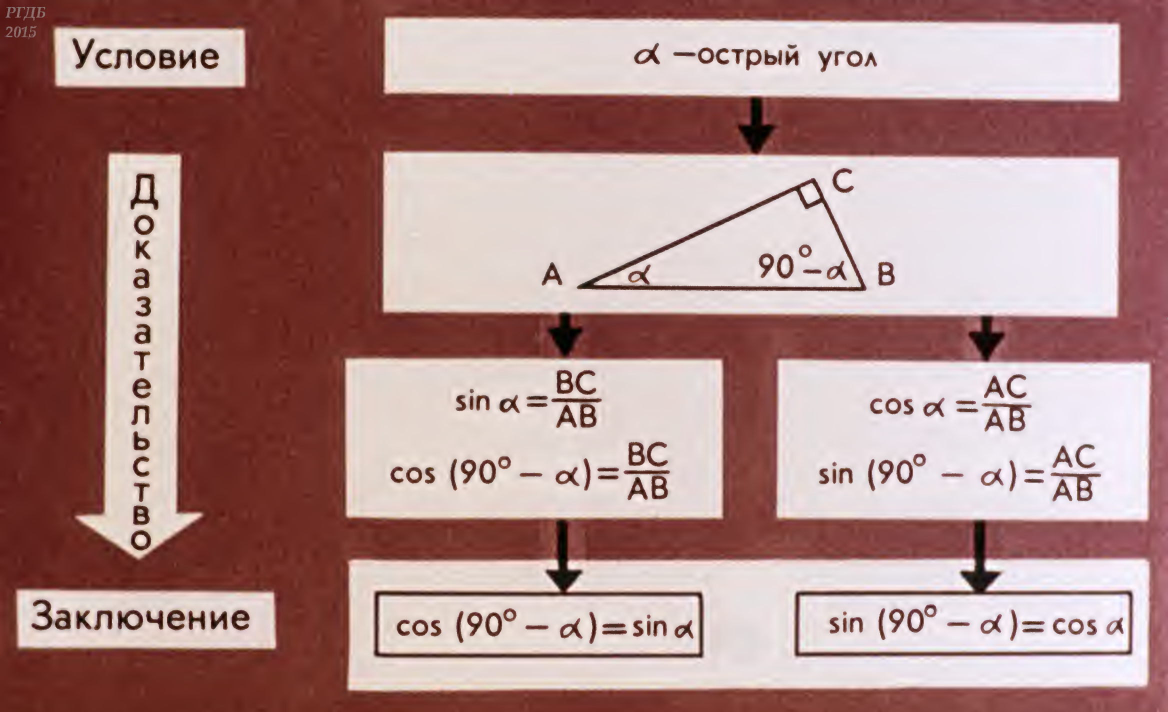
α — острый угол



$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$$

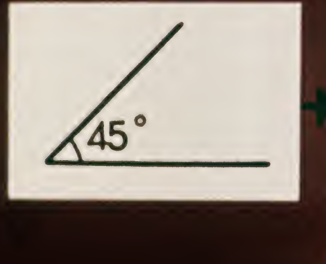
$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$

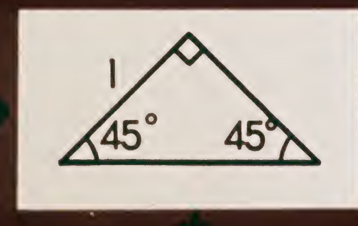
Объясните первый шаг доказательства.
Завершите доказательство.

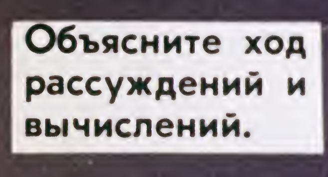


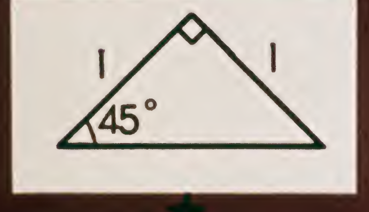
Проверьте ваше доказательство.

Синус, косинус и тангенс угла 45°









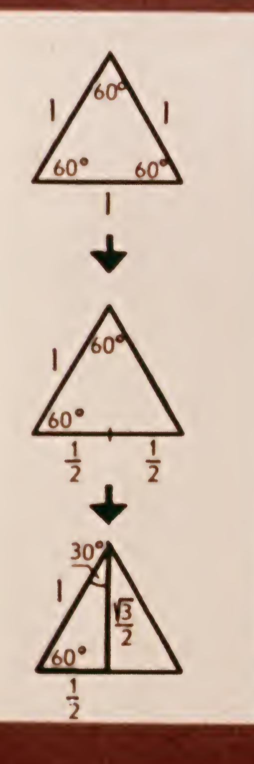


$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\mathrm{tg}\ 45^\circ = 1$$

Синусы, косинусы и тангенсы углов 30° и 60°



Объясните ход рассуждений и вычислений.

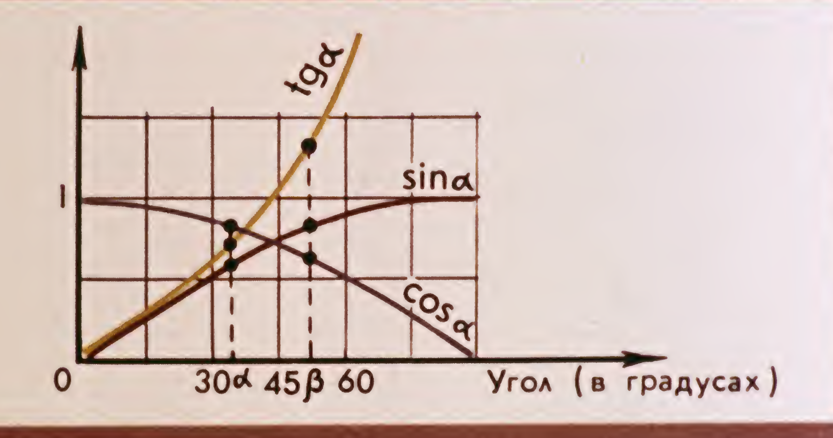
$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

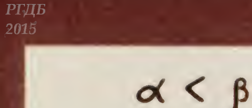
$\mathrm{tg}\, 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\, 60^\circ = \sqrt{3}$

Теорема 7. 4.

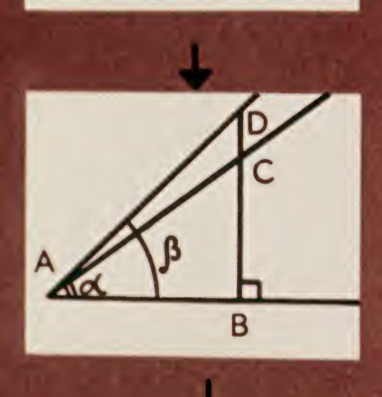
$(\alpha < \beta) \Rightarrow (\cos\alpha > \cos\beta,\ \sin\alpha < \sin\beta,\ \operatorname{tq}\alpha < \operatorname{tq}\beta).$



Сформулируйте теорему 7. 4.
Для острых углов верны и обратные теоремы.
Сформулируйте их.



$\alpha < \beta$



Объясните доказательство теоремы 7. 4.

$\cos\alpha > \cos\beta$ $\xrightarrow{\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha},\ \sin\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta}}$ $\sin\alpha < \sin\beta$ $\xrightarrow{\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}}$ $\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\beta$

Неравенство треугольника

Теорема 7. 5.

Условие

А, В, С — три точки

...

Заключение

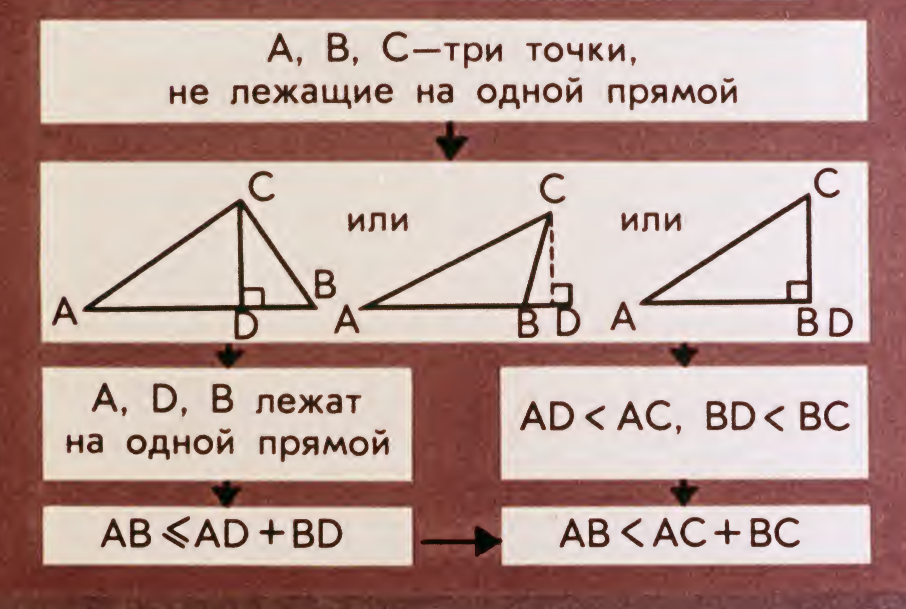
$AB \leqslant AC + BC$

$AC \leqslant AB + BC$

$BC \leqslant AB + AC$

Сформулируйте теорему 7. 5.
Докажите теорему 7. 5 для следующих случаев:
1. Все три точки А, В, С совпадают.
2. Две из трех точек А, В, С совпадают.
3. А, В, С — различные точки, лежащие на одной прямой.
Какой случай осталось рассмотреть?

Рассмотрим этот последний случай.



Обратите внимание: получилось *строгое* неравенство!
Как доказываются в этом случае два других неравенства?
Будут ли и они строгими?

К учителю

Диафильм предназначен для изучения материала § 7 учебника А. В. Погорелова «Геометрия 6—10». Кадры 2—6 посвящены разделу «Косинус угла», кадры 7—13— разделу «Теорема Пифагора», кадры 14—20—соотношениям между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике, кадры 21—22—таблицам тригонометрических функций, кадры 23—28—основным тригонометрическим тождествам, кадры 29—33—значениям тригонометрических функций некоторых углов, кадры 34—35—изменению синуса, косинуса и тангенса при возрастании угла, кадры 36—37—неравенству треугольника. Каждый фрагмент завершается кадром, отмеченным треугольником в правом углу.

На красном фоне дается новый материал, на синем—вопросы к учащимся, на желтом фоне—материал для справок.

КОНЕЦ

Диафильм сделан по программе,
утвержденной Министерством просвещения СССР

Автор
кандидат педагогических наук
Г. ЛЕВИТАС

Художник-оформитель И. ИЩЕНКО

Редактор Т. РАЗУМОВА

Д-032-86

103062, Москва, Старосадский пер., 7